II. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ УЧЕБНО-ТРЕНИРОВОЧНОГО ПРОЦЕССА И ПУТИ ОПТИМИЗАЦИИ

DOI 10.51980/2021_16_146

В.И. Загревский

Обратная задача робототехники в биомеханических исследованиях техники спортивных упражнений

В биомеханике физических упражнений решение различного рода двигательных задач можно рассматривать с позиции имеющейся информации о двигательном действии и применять к решению возникающих задач сложившуюся терминологию и методы классической механики и робототехники. Например, в робототехнике используют понятия о двух классах задач: прямой и обратной задаче робототехники [4]. В прямой задаче по известным значениям обобщенных координат и длинам звеньев манипулятора определяют координаты шарниров. Обратная задача в известном смысле противоположна прямой: по известным координатам целевой точки требуется определить конфигурацию робототехнической системы, при которой схват манипулятора достигнет целевой точки. Основываясь на данной посылке о двух классах задач робототехники, рассмотрим решение обратной задачи в биомеханических исследованиях.

В двигательных действиях человека часто возникает задача совмещения определенной точки тела человека с внешними ориентирами [1; 2]. Это могут быть, например, двигательные задачи в ударных движениях при выполнении заключительной фазы движения (бокс, борьба, каратэ), в ациклических упражнениях для достижения необходимой амплитуды движения (спортивная гимнастика, акробатика, прыжки в воду) и т.п.

Задачу подобного рода в биомеханике физических упражнений относят к обратной задаче, когда требуется по известным координатам целевой точки определить требуемую конфигурацию биосистемы, при которой происходит совмещение подвижной точки тела человека с целевой точкой (рис. 1). Для определения требуемой конфигурации биомеханической системы необходимо описать положение звеньев модели в принятой системе отсчета в терминах механики, например в форме обобщенных координат звеньев биосистемы (Q1, Q2).

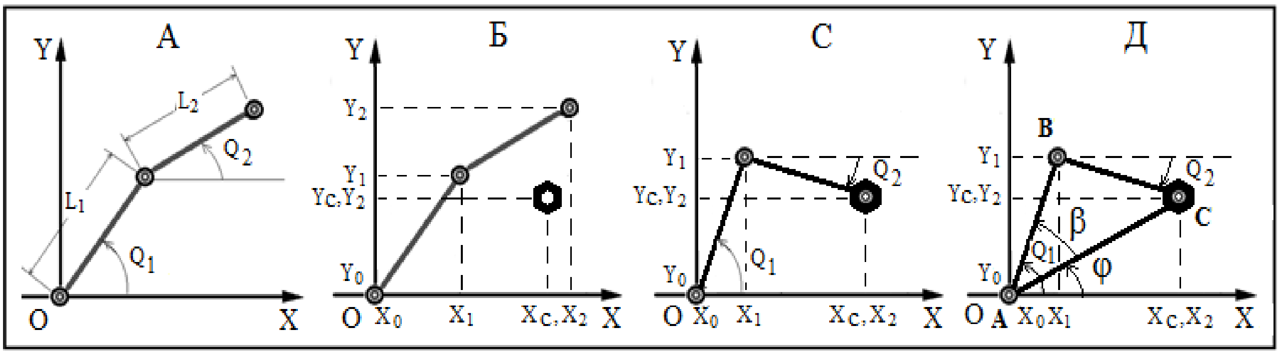

Рис. 1. Обратная задача биомеханики для двухзвенной модели опорно-двигательного аппарата биомеханической системы в условиях опоры

Рассмотрим решение обратной задачи биомеханики на примере двухзвенной модели опорно-двигательного аппарата тела человека. Для принятой модели (рис. 1) введем обозначения:

ОХУ – инерциальная система отсчета (декартовая система координат – ДСК);

X0, Y0 – координаты шарнира по осям Ох, Оу ДСК в точке контакта первого звена с опорой;

X1, Y1 – координаты шарнира по осям Ох, Оу ДСК в точке контакта первого и второго звена;

X2, Y2 – координаты шарнира по осям Ох, Оу ДСК второго звена (подвижная точка);

Q1, Q2 – обобщенная координата первого и второго звена;

L1, L2 – длина первого и второго звена;

Xc, Yc – координаты целевой точки по осям Ох, Оу ДСК.

В исходном положении биомеханическая система занимает положение (рис. 1А). В качестве внешнего ориентира вводится целевая точка с координатами Xc, Yc (рис. 1Б). Ставится задача: определить параметры обобщенных координат (Q1, Q2) биомеханической системы при совмещении подвижной точки с целевой (рис. 1С). Задачу необходимо решить в аналитической форме представления решения, представив связь обобщенных координат биомеханической системы, длин звеньев модели и координаты подвижной точки в виде формульных зависимостей.

Из заданных условий задачи следует, что в конечном положении шарниры модели биомеханической системы образуют треугольник АВС (рис. 1Д). При этом обобщенные координаты Q1 и Q2 изменят свои параметры относительно исходного положения биомеханической системы. Соответствующим образом изменят параметры и координаты первого шарнира (X1, Y1). Для оценки этих изменений введем дополнительные обозначения:

AC = R – длина стороны AC треугольника ABC;

Q1 = φ + β – обобщенная координата первого звена равна сумме угла φ (образован проекцией целевой точки на ось Ox ДСК и расстоянием (R) от начала системы координат до целевой точки) и угла β (образован первым звеном биомеханической системы и расстоянием (R) от начала системы координат до целевой точки).

В качестве исходных данных для треугольника ABC (рис. 1-Д) имеем:

AB = L1 – длина стороны AB треугольника ABC равна длине первого звена (L1) биомеханической системы;

BC = L2 – длина стороны BC треугольника ABC равна длине второго звена (L2) биомеханической системы.

Неизвестная длина (R) стороны AC треугольника ABC (рис. 1-Д) определится из соотношения

$$R = \sqrt{(x_C - x_0)^2 + (y_C - y_0)^2} \quad (1)$$

Величину угла (β) определим из теоремы косинусов [3]

$$\cos(\beta) = \frac{L_1^{\,2} + R^2 - L_2^{\,2}}{2L_1 R}, \quad \beta = \arccos(\beta) \quad (2)$$

И, соответственно, величина угла (φ) вычисляется из выражений

$$x = (x_C - x_0), \quad y = (y_C - y_0), \quad \varphi = a\tan 2(x; y). \quad (3)$$

Обобщенная координата Q1 является суммой результатов вычислений (2, 3). Поэтому

$$Q_1 = \varphi + \beta \quad (4)$$

Для первого шарнира решим прямую задачу кинематики определения координат (x1, y1) шарнира по известной длине звена (L1) и вычисленной обобщенной координате (Q1)

$$\begin{cases} x_1 = L_1 \cos Q_1 \\ y_1 = L_1 \sin Q_1 \end{cases}. \quad (5)$$

Остается определить обобщенную координату (Q2) для второго звена из выражений

$$x = (x_C - x_1), \quad y = (y_C - y_1), \quad Q_2 = a\tan 2(x; y). \qquad (6)$$

Положительный результат соответствует отсчету угла Q2 против часовой стрелки от оси x. Отрицательному результату соответствует отсчет угла по часовой стрелке от оси x.

В качестве тестового примера рассмотрим следующий пример.

Дано: L1 = 0,64 м; L2 = 1,35 м; Q1 = π/3 рад (600); Q2 = π/4 рад (450); Xc = 1,1 м; Yc = 0,6 м. Определить Q1, Q2 после совмещения дистальной точки второго звена с целевой точкой Xc, Yc.

Первоначально найдем координаты первого и второго шарнира для исходных данных, решая прямую задачу кинематики по уравнениям [1]

$$\begin{cases} x_1 = L_1 \cos Q_1 \\ y_1 = L_1 \sin Q_1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_2 = L_1 \cos Q_1 + L_2 \cos Q_2 \\ y_2 = L_1 \sin Q_1 + L_2 \sin Q_2 \end{cases}. \qquad (7)$$

В результате вычисления системы уравнений (7) получим (с тремя значащими числами после запятой): x1 = 0,320; y1 = 0,554; x2 = 1,275; y2 = 1,509.

Решение поставленной задачи в соответствии с номером уравнения приводит к следующей последовательности результатов:

1) R = 1,253.

2) $\cos(\beta)$ = 0,098; β = 1,473 рад = 84,3790.

3) $\cos(\varphi)$ = 0,878; φ = 0.499 рад = 28,6110.

4) Q1 = 1,972 рад = 112,9900.

5) x1 = -0,250; y1 = 0,589.

6) x = 1,350; y = 0,011; Q2 = 0,008 рад = 0,4600.

Таким образом, педагогическая задача построения ударного движения и определения положения и конфигурации звеньев тела спортсмена в момент контакта дистальной точки рабочего звена биосистемы с целевой точкой внешнего пространства может быть формализована и приведена к алгоритму численного решения на основе концепции об обратной задаче робототехники.

После решения обратной задачи биомеханики положение и конфигурация звеньев биомеханической системы определяются на основе решения прямой задачи (7) биомеханики. Результат решения прямой задачи биомеханики может служить тестовой проверкой правильности решения обратной задачи биомеханики: совпадение координат дистальной точки опорного звена биосистемы с координатами целевой точки является критерием корректности вычислительных процедур.

Библиографический список

1. Загревский, В.И. Биомеханика физических упражнений: учебное пособие / В.И. Загревский, О.И. Загревский. – Томск: Издательский дом Томского государственного университета, 2018. – 262 с.

2. Загревский, В.И. Оценка технического мастерства спортсменов по данным биомеханических показателей движения / В.И. Загревский, О.И. Загревский // Теория и практика физической культуры. – 2018. – № 10. – С. 76-78.

3. Теорема косинусов. – URL: https://www.webmath.ru/poleznoe/formules_19_7.php

4. Шариков, Н.В. Моделирование управляемого движения манипулятора / Н.В. Шариков // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2013. – Вып. 9. – Ч. 1. – С. 193-201.

DOI 10.51980/2021_16_150

В.И. Загревский, О.И. Загревский

Программное решение обратной задачи кинематики для двухзвенной биомеханической системы средствами MS EXCEL

В робототехнике известны два класса задач: прямая и обратная.

В прямой задаче по известным длинам звеньев модели и их обобщенным координатам требуется найти декартовы координаты объекта движения (робототехническая система) в инерциальной системе отсчета [1-3].

Обратную задачу робототехники в механике называют обратной задачей кинематики. Эта задача в известном смысле противоположна прямой задаче [2]. В обратной задаче требуется определить обобщенные координаты объекта движения, при которых возможно совмещение целевой точки с заданными координатами и характерной точки дистального звена робототехнической системы (схват манипулятора). Опишем разработанный алгоритм решения обратной задачи для двухзвенной биосистемы на базе инструментальных средств табличного процессора MS Excel.

Пусть неподвижная опора (плечевой сустав) расположена в начале декартовой системы координат (ДСК), принятой за инерциальную систему отсчета (рис. 1).

Последовательность этапов программирования задачи от ее постановки до окончательного решения демонстрируется на рисунках 2-6. Здесь следует отметить, что в рамках настоящей статьи описывается один из способов ориентации звеньев модели: или «локтем» вверх (рис. 1-В), или локтем «вниз».